Monopol

Ett företag, producerar en vara

Börja med fallet enhetlig prissättning: samma pris för alla sålda enheter

Vinst vid kvantiteten q:

$$\pi = TR(q) - TC(q)$$

Förstaordningsvillkor (FOV) för vinstmaximering:

$$\frac{d\pi}{dq} = \frac{dTR}{dq} - \frac{dTC}{dq} = 0.$$

$$MR = MC.$$

Analysera MR vidare:

TR = p(q)·q där p(.) invers efterfråga.

$$\Rightarrow \qquad MR = \frac{d(p(q)q)}{dq} = \frac{dp}{dq}q + p.$$

Låt ε vara efterfrågans priselasticitet:

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp}\frac{p}{q}.$$

MR kan skrivas

$$MR = p\left(\frac{dp}{dq}\frac{q}{p} + 1\right) = p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right),$$

vilket gör att FOV för vinstmax kan skrivas

$$MC = p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

eller

$$\frac{p - MC}{p} = -\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{|\varepsilon|}. \qquad \textit{inversa elasticitetsregeln}$$

I ord: relativ skillnad mellan pris och MC proportionell mot inversen av elasticiteten.

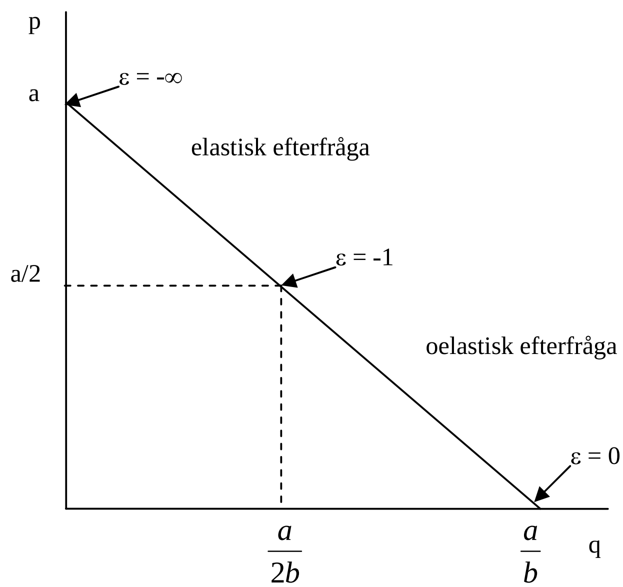
Exempel: Linjär efterfrågan:

$$p = a - bq, \quad a, b > 0 \quad \Rightarrow \quad q = a/b - p/b$$

$$\frac{dq}{dp} = -\frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad |\varepsilon| = \frac{a-bq}{bq} = \frac{a}{bq} - 1.$$

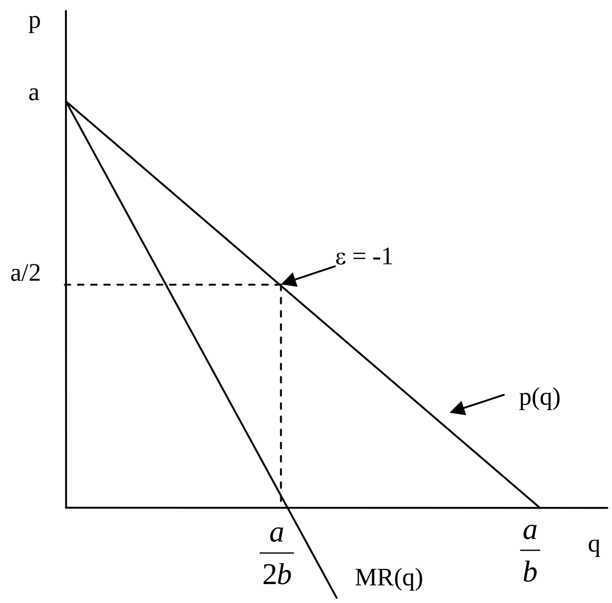
Alltså: $\dfrac{d|\varepsilon|}{dq} < 0$

$$|\varepsilon| = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{bq} - 1 = 1 \quad \Rightarrow \quad q = \frac{a}{2b}.$$



Hur ser marginalintäktskurvan ut?

$$\text{MR} = p + \frac{dp}{dq}q = a - bq - bq = a - 2bq.$$



Alltså: MR(q) = 0 då $\varepsilon = -1$. Totalintäkterna maximeras då $\varepsilon = -1$.

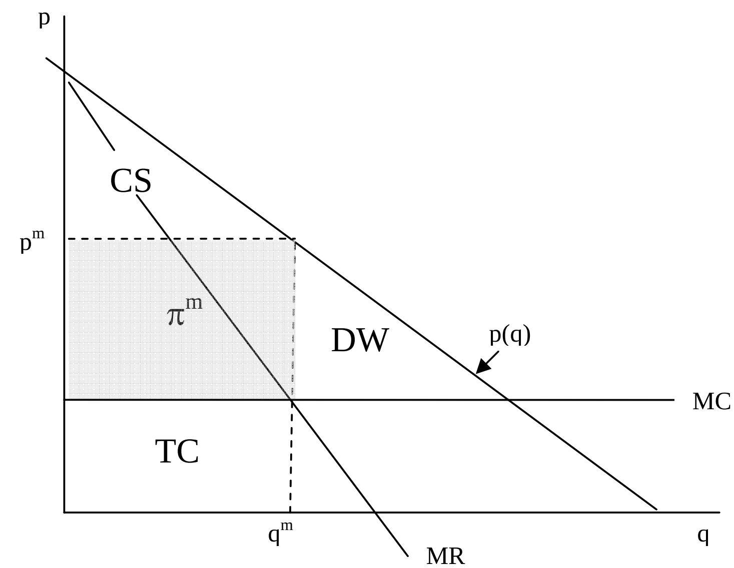
Vid inelastisk efterfrågan sjunker TR med q.

Allt detta gäller generellt, även om efterfrågan inte är linjär.

Uppenbart: om MC > 0, så måste vi ha $|\varepsilon| > 1$ i vinstmax.

Monopolprissättning och samhällsekonomiskt optimal prissättning

Anta inga fasta kostnader; konstant MC.



Jämför med marginalkostnadsprissättning.

Prisdiskriminering

Monopol kan frestas lägga beslag på (delar av) kvarvarande konsumentöverskott (CS) och allokeringsförlust (DW).

Förutsätter arbitrage omöjligt; i varje fall vanligtvis.

1. Första gradens prisdiskriminering: Fullständig prisdiskriminering
2. Andra gradens prisdiskriminering:
    - tvådelade tariffer: A + pq
    - icke-linjära scheman: T(q) vävande funktion eller ett antal par (q_i, T_i).
    - [ingen prisdiskriminring specialfall av tvådelade tariffer som är specialfall av generell T(q)]
3. Tredje gradens prisdiskriminering: marknadssegmentering

Fullständig prisdiskriminering (första gradens prisdiskriminering)

Exempel (notera informationsförutsättningar):

Alla konsumenter efterfrågar en enhet, värderar den v_i:

$$\textit{Sätt } p_i = v_i.$$

- förutsätter perfekt kännedom om enskilda konsumenters preferenser. Dessutom bilaterala förhandlingar så inte uppenbart säljaren har hela förhandlingsstyrkan.

Marknadssegmentering (tredje gradens prisdiskriminering)

Ett antal delmarknader som kan hållas åtskilda, inga arbitragemöjligheter.

T.ex. geografisk åtskildhet eller olika ålders-, yrkesgrupper: student-, pensionärsrabatter.

Fungerar bara om återförsäljning mellan grupper omöjligt, t.ex. tåg, flyg.

Anta n delmarknader med oberoende efterfrågor:

$$\pi = \sum_i TR_i(q_i) - TC\left(\sum_i q_i\right)$$

FOV (derivera partiellt m a på q_i):

$$\mathrm{MR}_i(q_i) = MC(q),\ q = \Sigma_i\, q_i.$$

På samma sätt som tidigare får vi inversa elasticitetsregeln:

$$\frac{p_i - MC}{p_i} = -\frac{1}{\varepsilon_i} = \frac{1}{|\varepsilon_i|},\ \ i = 1, \dots, n.$$

Exempel: Två delmarknader med linjära efterfrågor. Konstant styckkostnad = c.

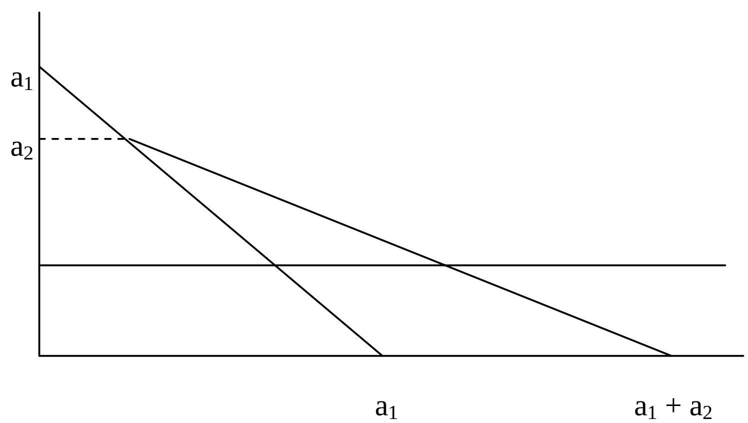
$p_1 = a_1 - q_1$ $\qquad$ $p_2 = a_2 - q_2$

Anta $a_1 > a_2 > c$.

Monopolpris och -kvantiteter på delmarknaderna ges av

$$p_1^M = \frac{a_1 + c}{2} \qquad p_2^M = \frac{a_2 + c}{2}$$

$$q_1^M = \frac{a_1 - c}{2} \qquad q_2^M = \frac{a_2 - c}{2} \qquad \text{Notera: } p_i^M = q_i^M + c$$



Vad händer vid enhetligt pris? Kalla lösningen p^M, q^M. Två alternativ:

1. $p^M > a_2 \;\Rightarrow$ bara marknad 1 betjänas, $p^M = p_1^M$, $q^M = q_1^M$

$\Rightarrow \quad \pi^M = \left(p_1^M - c\right)q_1^M = \left(q_1^M\right)^2.$

2. $p^M \leq a_2 \;\Rightarrow$ båda marknaderna betjänas:

$q(p) = q_1(p) + q_2(p) = a_1 + a_2 - 2p \qquad$ Invers: $p(q) = \dfrac{a_1 + a_2}{2} - \dfrac{q}{2}$

$$\text{MR} = p + \frac{dp}{dq}q = \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{q}{2} - \frac{1}{2}q = \frac{a_1 + a_2}{2} - q$$

$$\text{MR} = \text{MC} \;\Rightarrow\; \frac{a_1 + a_2}{2} - q = c \quad\Rightarrow\quad q = \frac{a_1 + a_2}{2} - c = q_1^M + q_2^M$$

$$p^M = \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{q^M}{2} = \frac{a_1 + a_2 + 2c}{4} = \frac{p_1^M + p_2^M}{2}$$

Alltså: $q^M = q_1^M + q_2^M$ $\qquad p^M = \dfrac{p_1^M + p_2^M}{2}$

$$\Rightarrow \qquad \pi^M = \left(p^M - c\right)q^M = \left(\frac{p_1^M + p_2^M}{2} - c\right)\left(q_1^M + q_2^M\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(p_1^M - c + p_2^M - c\right)\left(q_1^M + q_2^M\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(q_1^M + q_2^M\right)^2.$$

Alltså: alternativ 1 bättre för monopolet om

$$\left(q_1^M\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(q_1^M + q_2^M\right)^2 \Leftrightarrow q_1^M \geq \frac{1}{\sqrt{2}}\left(q_1^M + q_2^M\right)$$

$$\Leftrightarrow a_1 - c \geq \frac{a_2 - c}{\sqrt{2} - 1} \quad (> 2(a_2 - c)).$$

Uppenbart:

Om Alternativ 1 är optimalt vid enhetlig prissättning så leder införandet av 3:e gradens prisdiskriminering till en mindre allokeringsförlust.

Om Alternativ 2 är optimalt vid enhetlig prissättning så leder införandet av 3:e gradens prisdiskriminering till en större allokeringsförlust (eftersom den totala kvantiteten inte förändras: $q^M = q_1^M + q_2^M$ och det sker överflyttning av konsumtion från konsumenter med hög betalningsvilja till sådana med lägre).

Sats: Om man från ett tillstånd med enhetlig prissättning inför 3:e gradens p-d och detta inte leder till ökad total kvantitet så kommer allokeringsförlusten att öka.

Andra gradens prisdiskriminering.

Monopolet kan eller får inte diskriminera mellan olika köpare, alla måste ges samma alternativ. Däremot får han erbjuda olika paketlösningar som leder till självselektion.

Andra gradens prisdiskriminering: Tvådelade tariffer.

Totalkostnad för konsumenten om han vill köpa q enheter av varan:

$$T = \underbrace{A}_{\substack{\text{fast}\\ \text{avgift}}} + \underbrace{p}_{\substack{\text{rörligt}\\ \text{styckpris}}} \cdot q \qquad \text{där } A \text{ är en fast avgift och } p \text{ styckpris}$$

Alla får köpa till dessa villkor. Notera vikten av att återförsäljning är omöjligt: annars räckerdet med att en betalar A och säljer vidare.

Anta först: Bara en typ av (identiska) konsumenter med totalefterfrågan D(p).

Låt S(p) beteckna konsumentöverskottet för enskild konsument vid enhetlig prissättning och priset p.

Om rörlig del av priset sätts = p kan man ta ut maximalt S(p) i fast avgift.

För vinstmaximering krävs att A = S(p).

Således skall monopolet maximera (anta för enkelhet konstant MC = c) vinst per konsument:

$$\pi = A + (p - c)D(p) = S(p) + (p - c)D(p)$$

Maximeras uppenbart för p = c (rita vinsten för olika p!) $\Rightarrow$ $\pi = S(c)$.

Notera: optimal kvantitet eftersom p = MC.

Anta nu: Två konsumenttyper med linjära efterfrågor; inga kostnader (MC = 0).

$$p_1 = a_1 - q_1 \qquad\qquad p_2 = a_2 - q_2$$

För enkelhetsskull sätter vi $a_1 = 1$, $a_2 = a$ och antar $1 > a > 0$.

$S_i(p)$ betecknar konsumentöverskottet för kategori i vid enhetlig prissättning och priset p:

$$S_i(p) = \frac{(a_i - p)^2}{2}$$

Vilket ger

$$S_1(p) = \frac{(1-p)^2}{2} \qquad S_2(p) = \frac{(a-p)^2}{2}.$$

Monopolet använder en tvådelad tariff och vill maximera vinsten som kan skrivas

$$\pi = A + pq_1(p) + A + pq_2(p) = 2A + p(1 + a - 2p)$$

om båda konsumenttyperna köper. Villkoret för detta är

$$S_i(p) \geq A.$$

Eftersom $S_1(p) > S_2(p)$ så är $S_2(p) \geq A$ tillräckligt för att båda ska köpa.

För vinstmaximering krävs således $A = S_2(p)$. Vinsten kan nu skrivas

(*) $$\pi = 2A + p(1 + a - 2p) = (a - p)^2 + p(1 + a - 2p)$$

Derivering med avs. på p ger optimalt pris:

$$p^* = \frac{1-a}{2} \qquad \text{vilket ger } A^* = \frac{(a-p^*)^2}{2} = \frac{(3a-1)^2}{8}$$

Hur stor blir vinsten? Stoppa in p* i (*):

$$\pi^* = \frac{(3a-1)^2}{4} + \frac{1-a}{2}2a = \frac{5a^2-2a+1}{4}.$$

Resultatet förutsätter att det är optimalt att betjäna båda typerna. Om bara typ 1 betjänas är det optimalt att sätta $p = 0$ och $A = S_1(0) = ½$ vilket ger vinsten = ½.

Man kan visa att $\pi^* > ½$ om $a > 0.69$ (approx.). Bara om detta gäller kommer båda typerna att betjänas.

Andra gradens prisdiskriminering: Paket (T_i, q_i).

Kvalitetstolkningen: exempel.

Anta två typer av konsumenter: 1 och 2. Paketen (T_1, q_1) och (T_2, q_2) skräddarsys, men konsumenterna kan inte tvingas köpa "rätt" paket (som i tredje graden) utan måste faktiskt föredra det.

Värdet av kvantiteten q för konsument typ i ges av $V_i(q)$.

T.ex. om i har efterfrågan $q_i = a_i - p$, så blir

$$V_i(q_i) = q_i \frac{2a_i - q_i}{2}.$$ RITA!

Kvalitetstolkningen!

För att 1 skall välja (T_1, q_1) och 2 skall välja (T_2, q_2) måste följande vara uppfyllt:

(IR_1) $V_1(q_1) \geq T_1$

(IR_2) $V_2(q_2) \geq T_2$

(IC_1) $V_1(q_1) - T_1 \geq V_1(q_2) - T_2$

(IC_2) $V_2(q_2) - T_2 \geq V_2(q_1) - T_1$.

Anta det finns en konsument av varje typ:

$$\pi = TR - TC = T_1 + T_2 - TC(q_1 + q_2)$$

maximeras m avs på T_1, T_2, q_1 och q_2 med fyra ovan restriktioner som bivillkor.

Vi letar efter en lösning där båda typer betjänas: $q_1, q_2 > 0$.

Anta att typ 1:s efterfrågan är större än 2:s: $q > 0 \Rightarrow V_1(q) > V_2(q)$.

(Anta också $V_1'(q) > V_2'(q)$, dvs. $MU_1(q) > MU_2(q)$.)

Man kan visa och det är intuitivt att (IR_2) och (IC_1) (men inte (IR_1) och (IC_2)) binder, dvs:

$$T_2 = V_2(q_2) \quad \text{och} \quad V_1(q_1) - T_1 = V_1(q_2) - T_2$$

$\Rightarrow T_1 = V_1(q_1) - V_1(q_2) + T_2.$

Vinsten kan skrivas:

$$\pi = V_1(q_1) - V_1(q_2) + 2\, V_2(q_2) - TC(q_1 + q_2)$$

Nödvändiga villkor för vinstmax:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_i} = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{dV_1(q_1)}{dq_1} - MC(q_1 + q_2) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad MU_1(q_1) = MC.$$

$$-\frac{dV_1(q_2)}{dq_2} + 2\frac{dV_2(q_2)}{dq_2} - MC(q_1 + q_2) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 2\, MU_2(q_2) - MU_1(q_2) = MC.$$

$$\Rightarrow \qquad MU_2(q_2) = MC + MU_1(q) - MU_2(q).$$

Eftersom vi antar $MU_1(q) > MU_2(q)$ för alla q, implicerar detta

$$MU_2(q_2) > MC,$$

Dvs q_2 är lägre än samhälleligt optimalt medan q_1 är socialt optimalt.

Tolkning: den köpsvagare gruppen "straffas" för att IC_1 skall kunna upprätthållas.